TEMA 12: ESTADÍSTICA

1. Al recoger los datos del número de libros que han leído durante el año pasado los alumnos y alumnas de un grupo de 3º ESO, hemos obtenido los siguientes resultados:

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
0	8	8	0,27	0,27
1	7	15	0,23	0,50
2	5	20	0,16	0,66
3	3	23	0,10	0,76
4	2	25	0,07	0,83
5	2	27	0,07	0,90
6	3	30	0,10	1

a) ¿Cuántos alumnos y alumnas hay en la clase?
b) ¿Cuánto han de sumar todas las frecuencias relativas?
c) ¿Qué significan los valores 8, 23, 0,07 y 0,83 que aparecen señalados en la tabla?
d) Calcula el primer y el tercer cuartil.

2. En una empresa de 20 trabajadores, la siguiente tabla nos relaciona sueldo y número de empleados que los cobran:

Sueldos	100	120	140	160	180	200
Nº empleados	7	3	1	5	3	1

Halla la media, moda, varianza y mediana de la variable estadística sueldo.

3. En un grupo de Sociología se han obtenido las siguientes puntuaciones en un test de habilidad mental:

50, 23, 45, 36, 56, 56, 45, 34, 23, 23, 67,
54, 21, 34, 43, 12, 49, 53, 23, 66, 45, 22,
33, 44, 48, 53, 77, 47, 52, 33, 23, 36, 34

Agrupa los datos en intervalos de amplitud 10 comenzando por el intervalo (10,20] y calcula:
a) Media, mediana y moda.
b) Rango intercuartílico.
c) Varianza.
d) Coeficiente de variación.
e) Representa gráficamente la distribución. ¿Cómo se llama dicho gráfico?

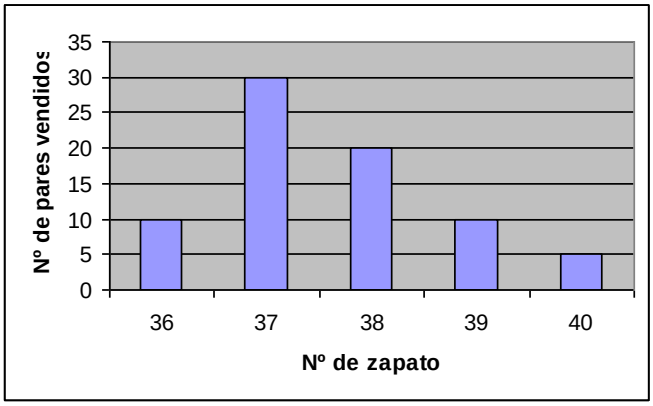
4. Hemos ido apuntando la edad de cada uno de los componentes de un grupo de 30 personas, obteniendo estos datos:

24	2	29	6	5	17	25	24	36	42
30	16	14	12	8	4	8	37	32	40
37	26	28	15	17	41	20	18	27	42

a) Haz una tabla de frecuencias agrupando los datos en 8 intervalos.
b) Calcula la media y la desviación típica.
c) Representa gráficamente la distribución. ¿Cómo se llama dicho gráfico?

5. En una empresa, A, el sueldo medio de los trabajadores es 950 € al mes, con una desviación típica de 150 €. En otra empresa, B, el sueldo medio es de 1 200 € al mes, con una desviación típica de 200 €. ¿En cuál de las dos empresas se produce una mayor variación en los sueldos? Razona tu respuesta.

6. La siguiente gráfica recoge la cantidad de parejas de zapatos de mujer vendidas en una tienda a lo largo del día:



a. ¿Cuántas parejas de zapatos del número 36 se han vendido?
b. ¿Cuál es el número de zapato que más se ha vendido? ¿Cómo se llama este parámetro de centralización que estás calculando?
c. ¿Qué porcentaje de zapatos vendidos eran números del 39 o 40?
d. Calcula la mediana de la distribución.

TEMA 13: AZAR Y PROBABILIDAD

1. Supón que se tiene una bolsa con 5 chicles, 8 caramelos, 3 regalices y 10 gominolas. Si se extrae una golosina al azar, halla la probabilidad de que sea:

a) Un chicle
b) Un caramelo
c) Un regaliz
d) Una gominola
e) Un chicle o un caramelo
f) Una piruleta

2. Halla la probabilidad de que, al lanzar tres monedas al aire, se obtenga:
a) Dos caras y una cruz
b) Las tres cruces
c) Al menos dos caras

3. Tenemos dos urnas con la siguiente composición:

- Urna 1: Una bola roja, una blanca y una negra
- Urna 2: Un bola blanca y una negra

Si sacamos una bola de cada urna, describe el espacio muestral del experimento y calcula la probabilidad de..
a) Haber sacado dos bolas blancas
b) Haber sacado una bola blanca y una negra
c) Haber sacado una bola roja
d) Haber sacado dos bolas de distinto color.

4. De una bolsa que contiene 4 bolas rojas y 5 azules se sacan, **con reemplazamiento**, dos bolas. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
a) Las dos bolas extraídas son rojas.
b) Ambas son azules.
c) La primera es azul, y la segunda, roja.
d) Las dos son del mismo color.
e) Ambas son de distinto color.

5. Se sacan dos bolas de forma consecutiva y **sin reemplazamiento** de una urna que contiene 2 bolas azules, 5 blancas y 3 rojas.
a) Halla la probabilidad de que la primera sea roja y la segunda azul.
b) Calcula la probabilidad de que la primera sea azul y la segunda blanca.

6. Se sortea un viaje a Roma entre los 120 mejores clientes de una agencia de automóviles. De ellos, 65 son mujeres, 80 están casados y 45 son mujeres casadas. Se pide:
   a) Organiza los datos en una tabla de contingencia.
   b) ¿Cuál será la probabilidad de que le toque el viaje a un hombre soltero?
   c) ¿Y de que le toque a una mujer?
   d) ¿Y a una persona casada?
   e) Si del afortunado se sabe que es casado, ¿cuál será la probabilidad de que sea una mujer?
   f) Si del afortunado se sabe que es mujer, ¿cuál será la probabilidad de que esté casada?

TEMA 1: FRACCIONES Y DECIMALES

1. Opera y simplifica si es posible:
   a) $\frac{4}{5}-\frac{3}{4}:\frac{3}{10}-\frac{4}{15}=$
   b) $\left(4-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)=$
   c) $\frac{8}{5}:\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\right):\frac{16}{5}=$
   d) $\left(\frac{3}{5}-2\right)\cdot\frac{5}{7}+\frac{2}{3}\cdot\left(1-\frac{5}{2}\right)=$
   e) $\frac{3}{5}:\left[\frac{4}{5}-3\cdot\left(2-\frac{4}{5}\right)\right]=$
   f) $\left(1-\frac{1}{2}\right)-\left(1+\frac{1}{2}\right)+\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{5}=$

2. Expresa estos decimales en forma de fracción:
   a) $23'9\widehat{21}=$
   b) $5'437=$
   c) $4'727272\ldots=$
   d) $7'01234567891011\ldots=$

3. Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones: $\frac{1}{2},\ \frac{10}{12},\ \frac{13}{18},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{4}$

4. Un peregrino recorre en la primera semana 1/6 del camino, en la segunda, 1/3 del camino y en la tercera, 2/9 del camino. ¿qué fracción del camino le queda por recorrer al principio de la cuarta semana?
5. En una granja las dos quintas partes de los animales son ovejas, y una sexta parte del resto son cabras. Sabiendo que entre cabras y ovejas hay 145 animales, ¿cuántos animales hay en total en la granja? ¿Cuántos son ovejas? ¿Y cuántos cabras?
6. En un instituto aprueban Matemáticas 385 de los 550 alumnos que hay en total. ¿Qué porcentaje de alumnos suspende la asignatura?
7. En una tienda tienen el 20% de descuento. Te compras unos vaqueros cuya etiqueta marca 45 €. ¿Cuánto pagarás después de la rebaja?
8. El precio de la vivienda subió en un año un 4% y al siguiente bajó un 3%. ¿Cuál será ahora el precio de una vivienda que originalmente valía 12000000 de pesetas?
9. Un ordenador que estaba en venta experimenta una subida de precio del 20% en Marzo. Sin embargo, en las rebajas de Verano, su precio se reduce un 25%, y pasa a costar 585 euros. ¿Cuánto valía el ordenador en Febrero? ¿Qué tanto por ciento total de subida o bajada ha sufrido el producto desde Febrero hasta hoy?

TEMA 2: POTENCIAS Y RAICES. NÚMEROS APROXIMADOS

1. Clasifica los siguientes números en Naturales (N), Enteros (Z), Racionales (Q) o irracionales (I):

$$-\frac{7}{3} \qquad \sqrt{100} \qquad \pi \qquad 1'01020304\ldots \qquad 7'\widehat{3} \qquad -\sqrt{25} \qquad \sqrt{7} \qquad 8'0$$

2. Escribe estos números con todas sus cifras:
   a) $5'7\cdot10^{8}$
   b) $2'34\cdot10^{-5}$
   c) $2'007\cdot10^{12}$
   d) $1'3\cdot10^{-9}$

3. Responde a las siguientes preguntas:
   a) Si decimos que en un tanque hay 3200 litros de agua, ¿qué podemos decir del error absoluto cometido en la medición?
   b) Si decimos que un monte tiene 4300 metros de altura, ¿cuántas cifras significativas hemos usado en esa medición?

4. Hacemos dos mediciones diferentes para un determinado estudio. En la primera de ellas tomamos como valor aproximado de la altura de un edificio 75 metros, aunque su altura real es 73'7 metros. En la segunda medimos la longitud de una calle, y tomamos como valor aproximado 100 metros, aunque la longitud real es de 96'5 metros. Calcula los errores tanto absolutos como relativos cometidos, y justifica cuál de las dos mediciones es mejor.

5. Calcula el valor de las siguientes potencias:
   a) 2^{-3}
   b) $(-3)^4$
   c) -7^2
   d) $(-5)^{-3}$

6. Simplifica usando las propiedades de las potencias:
   a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$
   b) $\frac{2^5 \cdot 2^{-7}}{2^{-4}}$

7. Calcula el valor de las siguientes raíces:
   a) $\sqrt{\frac{9}{16}}$
   b) $\sqrt[3]{-8}$
   c) $\sqrt[5]{1024}$
   d) $\sqrt[19]{-1}$

8. Simplifica usando las propiedades de las raíces:
   a) $7\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$
   b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$
   c) $\sqrt[3]{100} : \sqrt[3]{50}$
   d) $\sqrt{8} + \sqrt{8}$

TEMA 4: EL LENGUAJE ALGEBRAICO

1. Escribe una expresión algebraica asociada a los siguientes enunciados:
   a) El doble de la suma de un número más 3
   b) La raíz cuadrada de la diferencia de dos números
   c) La mitad de la suma de la raíz cuadrada de un número más 1
   d) El cuadrado de la suma de la mitad de un número más 2

2. Escribe un enunciado asociado a estas expresiones algebraicas:
   a) $(x-3)^2$
   b) $\sqrt{x} + 3$
   c) $\frac{x-5}{2}$
   d) $2 \cdot (x+y)$

3. Sean $P = x^4 - 3x^3 + 5x + 3$, $Q = 5x^3 + 3x^2 - 11$. Halla P+Q; P-Q; P Q y 3P-2Q.

4. Desarrolla usando las identidades notables:
   a) $(2x+1) \cdot (2x-1) =$
   b) $(4x-2)^2 =$
   c) $(y+3z)^2 =$
   d) $(x+5) \cdot (x+5) =$

5. Efectúa las operaciones indicadas y simplifica la expresión resultante:
   a) $(3x^3 - 2x)(x^2 - 3) - (11x^3 + 7x^2 - 3x) =$
   b) $3x^2 - 2(x+5) - (x^2+3) + 19 =$
   c) $2x(x+1) - 3x(x+1) =$
   d) $(2x-3)^2 - (x+1)(x-1) =$
   e) $(x+2)(x-2) - 2(x-1)^2 + (3x+1)^2 =$

6. Expresa como productos:
   a) $4 - 9x^2 =$
   b) $4x + x^2 + 4 =$
   c) $25 + y^4 - 10y^2 =$
   d) $z^6 - z^8 =$

7. Saca factor común:
   a) $2x^6 + 12x^4 - 8x^2 =$
   b) $5ab + 10b^2 =$
   c) $15\,a^4b^3c^2 - 5a^2b^3c^4 + 20\,a^3b^3c^3 =$

8. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:
   Recuerda sacar factor común y expresar lo que puedas como identidad notable.
   a) $\dfrac{x^3}{x^3 - x^2}$
   b) $\dfrac{x^2 - 4}{(x+2)^2}$
   c) $\dfrac{3x^3 - 3}{6x^2 - 12x + 6}$
   d) $\dfrac{6(x-1) - 2(x-1)}{8x - 8}$

9. Opera y simplifica:

$$\frac{x^2}{x^2+6x+9} : \frac{x^2-3x}{x^2-9} =$$

TEMA 5: ECUACIONES

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:
   a) $\dfrac{2x-5}{3} - \dfrac{x+4}{4} = \dfrac{2\cdot(x-1)}{2} + \dfrac{1}{12}$
   b) $\dfrac{(2x+1)\cdot(2x-1)}{4} = \dfrac{3\cdot(4x^2+1)}{12} - x$
   c) $4\cdot(2x-7) - 3\cdot(3x+1) = 2 - (7-x)$
   d) $\dfrac{5x-16}{6} = -\dfrac{x+8}{12} + \dfrac{x+1}{3}$
   e) $\dfrac{x(x-3)}{2} + \dfrac{x(x-2)}{4} = \dfrac{(3x-2)^2}{8} - 1$
   f) $\dfrac{x-1}{3} - \dfrac{x(x-2)}{2} = \dfrac{19}{6} - \dfrac{(x+1)^2}{4}$

2. En un baile hay 5 chicas más que chicos. Si en total hay en la pista 77 personas. ¿Cuántos eran chicos y cuántas chicas?
3. Si Marina y Sonia tienen 2500 € entre las dos, y Marina tiene 700 € más que Sonia, ¿cuánto dinero tiene cada una?
4. He pagado 14'30 euros por un bolígrafo, un cuaderno y una carpeta. Si el precio de la carpeta es 5 veces el del cuaderno y éste cuesta el doble que el bolígrafo, ¿cuál es el precio de cada artículo?
5. Mi cuñada Yolanda tiene 28 años más que mi sobrina Alicia. Sabiendo que hace 5 años la edad de Yolanda era el cuádruple de la de Alicia, ¿qué edades tienen ambas?
6. Silvia tiene 5 años menos que su hermano y dentro de 3 años tendrá la mitad de la edad que entonces tenga éste. ¿Cuántos años tiene cada uno?
7. Halla tres números consecutivos tales que, sumados el primero y el tercero, nos den el segundo aumentado en 35 unidades.
8. La suma de los cuadrados de dos números pares consecutivos es 100. Calcula dichos números.

TEMA 6: SISTEMAS DE ECUACIONES

1. Resuelve estos sistemas de ecuaciones, usando un método diferente para cada uno:
   a) $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 8y = 1 \end{cases}$
   b) $\begin{cases} 2x + 2y = 3 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$
   c) $\begin{cases} 4x - 3y = 12 \\ x + y = 3 \end{cases}$

2. Resuelve los siguientes sistemas por el método que prefieras:

$$\begin{cases} 2\,(x - y + 3) = x + y + 4 \\ 4x + \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{y+3}{4} = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{2}{3}x + 2y = 5 \\ \dfrac{2x+y}{2} + y = \dfrac{9}{2} \end{cases}$$

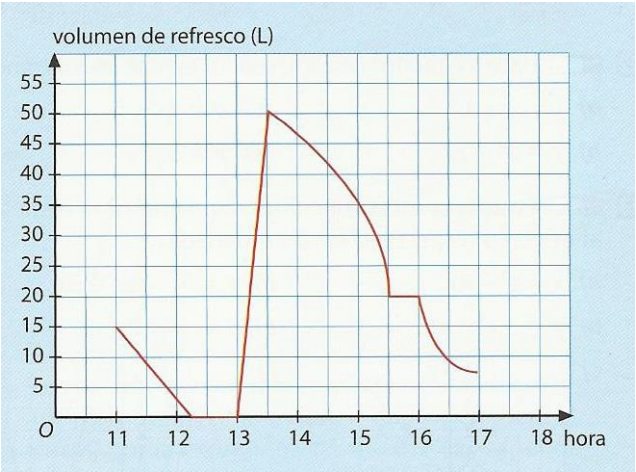
3. Responde a las siguientes cuestiones:
   a) Escribe un sistema de ecuaciones cuya única solución sea $x = 2, y = 3$
   b) Escribe un sistema de ecuaciones con infinitas soluciones, siendo una de ellas $x = 3, y = 1$

4. Una frutería vende cada día 80 Kg. de fruta entre peras y fresas. Sabiendo que las peras las vende a 1'5 euros el Kg. y las fresas a 3 euros el Kg. calcula cuántos Kg. vende diariamente de cada fruta sabiendo que obtiene a diario 210 euros.
5. De un grupo de amigos, dos han ido al cine y cuatro a un concierto, con lo que entre los seis se han gastado un total de 72 €. De otro grupo, cinco han ido al cine y tres al concierto, lo que ha supuesto un gasto en entradas de 75 €. ¿Cuánto cuesta cada entrada?
6. Una empresa de transportes tiene autobuses grandes y pequeños para realizar sus servicios. En dos autobuses grandes y dos pequeños, pueden viajar 180 personas, mientras que en cuatro autobuses grandes y uno pequeño, pueden hacerlo 270 personas. ¿cuál es la capacidad de cada uno de los autobuses?
7. Hace 24 años la edad de mi madre era el doble de la de mi hermano Manolo. Calcula sus edades actuales sabiendo que, hace 37 años, la edad de mi madre era el triple que la mi hermano.
8. El doble de la suma de dos números vale 200, mientras que el doble de la diferencia de esos dos números es 100. ¿De que números se trata?

TEMA 7: FUNCIONES Y GRAFICAS

1. En un gimnasio nos cobran 10 euros por la matrícula y una cuota de 30 euros por cada mes.
   a) Averigua la expresión analítica que relaciona el número de meses que se va al gimnasio con el dinero que tenemos que pagar.
   b) Representa dicha función.

2. En un establecimiento de comidas tienen un grifo conectado a un bidón de 50 litros de refresco. El restaurante abre a las 11:00 h y cierra a las 17:00. La siguiente gráfica muestra el volumen del refresco que hay en el bidón durante una jornada de trabajo:



   a) ¿Cuántos litros había en el bidón cuando se abrió el establecimiento?
   b) ¿Cuánto tiempo estuvo sin refresco?
   c) ¿A qué hora comenzaron a rellenarlo? ¿A qué hora terminaron de hacerlo?
   d) Al final de la jornada, ¿quedó la misma cantidad de refresco que había al comienzo?
   e) ¿Cuántos litros de refresco había a las 12:00 h? ¿Y a las 15:30?
   f) Determina de forma aproximada en qué momentos había 30 litros. ¿Y 20 litros?

3. Eduardo se va de vacaciones a una localidad situada a 400 km de su casa; para ello decide hacer el recorrido en coche. La primera parada, de 30 minutos, la hace al cabo de hora y media para desayunar, habiendo realizado la mitad del recorrido. Continúa su viaje sin problemas durante 1 hora, pero a 100 km del final sufre una parada de 15 minutos. En total tarda 4 horas en llegar a su destino.

   Representa la gráfica tiempo-distancia recorrida.

TEMA 8: FUNCIONES LINEALES

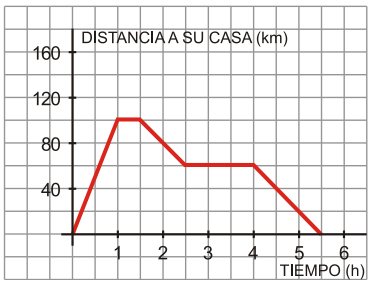
1. Halla la ecuación de cada una de las siguientes rectas:
   a) Es paralela a $y = 5x$ y pasa por el punto $P(2,8)$
   b) Pasa por los puntos $A(2,5)$ y $B(-2,7)$
   c) Tiene pendiente -3 y ordenada en el origen -1.
   d) Tiene por pendiente 4 y es lineal.
   e) Es constante y pasa por el (0, 2).

2. Calcula la ecuación de la recta que pasa por P y tiene pendiente m:
   a) P(3,2), m = -4
   b) P(5,0), m = 1

3. Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos P y Q:
   a) P(8,6), Q(4,-3)
   b) P(7,-2), Q(0,6)

4. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto P y es paralela a r:
   a) P(8,6), r: y =2x – 8
   b) P(1, -2), r: 3x + y = 7

c) Victoria y Alberto fueron esta mañana a recoger un encargo a un lugar *A*. Desde allí se dieron la vuelta, parando a comer en otro lugar *B*. Finalmente, regresaron a su casa. La siguiente gráfica describe la situación:



   a) ¿A qué distancia de su casa se encuentra el lugar *A*? ¿Cuánto tiempo estuvieron allí?
   b) ¿A qué distancia de su casa está *B*? ¿Cuánto tiempo estuvieron parados para comer?
   c) ¿Qué velocidad media llevaron hasta llegar a *A*?
   d) ¿Cuánto tiempo tardaron desde que salieron hasta que volvieron a su casa? ¿Cuántos kilómetros han recorrido en total?

d) Representa una función que tiene las siguientes características:

   -Su dominio es el intervalo que va desde 0 hasta 12, ambos inclusive.
   -Es periódica de periodo 6
   -Es decreciente en (3,4) U (9,10)
   -Sus máximos valen 5
   -Sus mínimos valen 0

TEMA 3: SUCESIONES

1. Escribe el término general de las siguientes sucesiones:
   a) ½, 2/3, ¾, 4/5,...
   b) ½, 4/5, 9/8, 16/11,...

2. De las siguientes sucesiones di cuáles son progresiones aritméticas y cuáles son geométricas:
   a) –9, -5, -1, 3, 7,...
   b) 3, 9, 27, 81,...
   c) –1, 1, -1, 1, -1, 1,...
   d) 1, 4, 9, 16,...
   e) 2, 5, 9, 16,...

3. Escribe los términos que se indican, sabiendo que se trata de progresiones aritméticas:
   a) Dados $a_2 = -5$ y $d = 4$ calcula a_1, a_3 y a_8.
   b) Dados $a_1 = -3$ y $d = 5$ calcula a_{15}, y a_n.

4. Escribe los términos que se indican, sabiendo que se trata de progresiones geométricas:
   a) Dados $a_2 = -5$ y $r = 2$ calcula a_1, a_3 y a_8.
   b) Dados $a_1 = -3$ y $r = 3$ calcula a_{15}, y a_n.

5. ¿Cuántos pares consecutivos a partir de 10 hay que sumar para obtener 400?

6. En una progresión geométrica el quinto término vale 81 y el segundo –3. Halla el término general.

7. Un enfermo debe tomar una medicina durante 15 días aumentando la dosis diariamente hasta llegar a 8,5 g. El primer día ingiere 5 g. ¿Cuánto debe aumentar la dosis cada día?

8. Un avión de papel avanza en línea recta y cada segundo progresa la mitad de lo recorrido en el segundo anterior. Si sabes que en el primer segundo avanzó 10 m, ¿llegará a tocar la pared que está a 18 m de distancia?